



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ
ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

ແຂວງເຊກອງ

ພະແນກສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ ແຂວງ

ຫົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນປາຍ (ມ.7)

ລະດັບແຂວງ ປະຈຳສົກຮຽນ 2020 - 2021

ວິຊາ: ຄະນິດສາດ ເວລາ: 120 ນາທີ.

1.) ຈົ່ງຄິດໄລ່ຂອບເຂດຂອງຕໍາລາລຸ່ມນີ້:

ກ.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}+2n}{\sqrt{n^2-3}-2n}$

ຂ.) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x}$

2.) ຈົ່ງຄິດໄລ່ຜົນຕໍາລາ ແລະ ສັງຄະນິດຂອງຕໍາລາລຸ່ມນີ້:

ກ.) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x}$; $f'(x) = ?$

ຂ.) $\int_0^{\pi} \cos^2 x \sin x dx = ?$

3.) ໃຫ້ $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 1$ ຖ້າວ່າ ຕົວເສດໃນການຫານ $f(x)$ ໃຫ້ $(x-1)$ ແລະ ຫານ $f(x)$ ໃຫ້ $(x+3)$ ເທົ່າກັນ, ຈົ່ງຊອກຄ່າຂອງ a ?

4.) ໃຫ້ຕໍາລາ $f(2x+3) = x-1$ ຈົ່ງຊອກຄ່າຂອງ: $f^{-1}(x)$?

5.) ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ $\cosh 2x + \sinh x = 1$?

6.) ຈົ່ງຊອກຫາຕົວເລກຫົວໜ່ວຍ (ຕົວເລກທີ່ຢູ່ໃນຕໍາແໜ່ງຫົວໜ່ວຍ) ຂອງ 3^{2021} ?

7.) ໃຫ້ສາມເມັດ A, B ແລະ C ມີຕົວປະສານ: $A(1;3)$, $B(2;1)$ ແລະ $C(-1;2)$ ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ ມຸມ \hat{A} , \hat{B} ແລະ \hat{C} ຕາມລຳດັບ ?

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວ

ບົດ

ຂະໜານຕອບວິຊາຄະນິດສາດຂັ້ນແຂວງ ຊັ້ນ : ມ.7

ຫົວຂໍ້	ເນື້ອໃນ	ຄະແນນ
--------	---------	-------

1	<p>ກ.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}+2n}{\sqrt{n^2-3}-2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}+2)}{n(\sqrt{1-\frac{3}{n^2}}-2)} = \frac{1+2}{1-2} = -3$</p>	1
	<p>ຂ.) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x}$</p> <p>ວາງໃຫ້: $t = \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} - \frac{t}{2}$</p> <p>ເມື່ອ $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ເຮົາໄດ້: $t \rightarrow 0$</p> <p>ສະນັ້ນ:</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\pi - 2x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{t}{2})}{t}$ $= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 \cdot \sin \frac{t}{2}}{\frac{t}{2}}$ $= \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{t}{2}}{\frac{t}{2}} = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$	1
2	<p>ກ.) ຈາກຕໍາລາ $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x}$</p> <p>ເຮົາໄດ້:</p> $f'(x) = \frac{(\sin^2 x)'(\cos 2x) - (\cos 2x)'(\sin^2 x)}{\cos^2 2x}$ $= \frac{2 \sin x (\sin x)'(\cos 2x) - (2x)'(-\sin 2x)(\sin^2 x)}{\cos^2 2x}$ $= \frac{2 \sin x \cos x \cos 2x + 2 \sin 2x \sin^2 x}{\cos^2 2x}$ $= \frac{\sin 2x \cos 2x + 2 \sin 2x \sin^2 x}{\cos^2 2x}$ $= \frac{\sin 2x(\cos 2x + 2 \sin^2 x)}{\cos^2 2x}$ $= \frac{\sin 2x(1 - 2 \sin^2 x + 2 \sin^2 x)}{\cos^2 2x}$ $= \frac{\sin 2x}{\cos^2 2x}$ $= \sec 2x \cdot \tan 2x$	1
	<p>ຂ.) ເຮົາມີ: $\int_0^{\pi} \cos^2 x \sin x dx = - \int_0^{\pi} \cos^2 x d(\cos x)$</p>	1

	$= -\frac{1}{3}(\cos^3 x) \Big _0^{\pi}$ $= -\frac{1}{3}(\cos^3 \pi - \cos^3 0)$ $= -\frac{1}{3}(-1-1) = \frac{2}{3}$	
3	<p>ຖ້າວ່າຕົວເສດໃນການຫານ $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax - 1$ ໃຫ້ $(x-1)$ ແລະ $(x+3)$ ເທົ່າກັນ, ເຮົາໄດ້:</p> $f(1) = f(-3)$ $4 - a = 3a - 8$ $\therefore a = 3$	1
4	<p>ຈາກຕໍາລາ $f(2x+3) = x-1$ ອີງຕາມນິຍາມ: $f(u) = v \Rightarrow f^{-1}(v) = u$ ເຮົາໄດ້: $f^{-1}(x-1) = 2x+3$ ໃຫ້: $v = x-1 \Rightarrow x = v+1$ ສະນັ້ນ: $f^{-1}(v) = 2(v+1)+3$ $f^{-1}(v) = 2v+5$ $\therefore f^{-1}(x) = 2x+5$</p>	1
5	<p>ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ $\cosh 2x + \sinh x = 1$ ເຮົາມີ: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ ແລະ $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x = 1 + 2\sinh^2 x$ ເຮົາໄດ້: $\cosh 2x + \sinh x = 1$ $(1 + 2\sinh^2 x) + \sinh x = 1$ $2\sinh^2 x + \sinh x = 0$ $\sinh x(2\sinh x + 1) = 0$ □ $\sinh x = 0 \Rightarrow x = 0$ □ $2\sinh x + 1 = 0$ $2\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right) + 1 = 0$ $e^x - e^{-x} + 1 = 0$ $e^x - \frac{1}{e^x} + 1 = 0$ $e^{2x} + e^x - 1 = 0 ; t = e^x > 0$ $\Rightarrow t^2 + t - 1 = 0$ $\Delta = 5$ □ $t_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0$ □ $t_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} > 0$</p> <p>ແທນຄ່າໃສ່ ເຮົາໄດ້:</p>	1

	$e^x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $x = \ln\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$ <p>ດັ່ງນັ້ນ, ໃຈຜົນຂອງສົມຜົນແມ່ນ: $s = \{0; \ln(\frac{-1+\sqrt{5}}{2})\}$</p>	
6	<p>ຫາຕົວເລກຫົວໜ່ວຍ (ຕົວເລກທີ່ຢູ່ໃນຕໍາແໜ່ງຫົວໜ່ວຍ) ຂອງ 3^{2021}</p> <p>ເຮົາມີ: 3^1 ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 3 3^2 ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 9 3^3 ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 7 3^4 ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 1</p> <p>ເຫັນວ່າ ຮອບວຽນ ແມ່ນ 4</p> <p>ສະນັ້ນ: 3^{4n} ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 1 3^{4n+1} ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 3 3^{4n+2} ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 9 3^{4n+3} ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 7</p> <p>ດັ່ງນັ້ນ, $3^{2021} = 3^{4 \times 505 + 1}$ ຕົວເລກຫົວໜ່ວຍແມ່ນ 3</p>	1
7	<p>ເຮົາມີ: $A(1;3)$, $B(2;1)$ ແລະ $C(-1;2)$ ຊອກຫາຄ່າຂອງມຸມ \hat{A}, \hat{B} ແລະ \hat{C}</p> <p>ເຮົາໄດ້:</p> $\square \overline{AB} \cdot \overline{AC} = \ \overline{AB}\ \ \overline{AC}\ \cos \hat{A}$ $\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{\ \overline{AB}\ \ \overline{AC}\ } / \overline{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \overline{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $= \frac{(1)(-2) + (-2)(-1)}{\sqrt{1+4} \sqrt{4+1}} = \frac{0}{5} = 0$ $\therefore \hat{A} = 90^\circ$ $\square \overline{BA} \cdot \overline{BC} = \ \overline{BA}\ \ \overline{BC}\ \cos \hat{B}$ $\Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{\ \overline{BA}\ \ \overline{BC}\ } / \overline{BA} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \overline{BC} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $= \frac{(-1)(-3) + (2)(1)}{\sqrt{1+4} \sqrt{9+1}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \hat{B} = 45^\circ$ <p>ສະນັ້ນຄ່າຂອງມຸມ $\hat{C} = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$</p>	2

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດ