



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ
ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

◆

ຫົວບົດສອບເສັງຄັດເລືອກນັກຮຽນເກັ່ງເອກະພາບທົ່ວແຂວງ ປະຈຳສົກຮຽນ 2020-2021

ວິຊາ : ຄະນິດສາດ ຂັ້ນ ມ7 ເວລາ 120 ນາທີ

1. ຈົ່ງຄິດໄລ່

ກ. $\frac{(1+i)^4}{\left(1+\frac{1}{2i^{53}}\right)(3+i)} = ?$

ຂ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^{n+1}}{5^n+9} = ?$

ຄ. $\sin \frac{21\pi}{4} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \pi\right) + \cos \frac{21\pi}{4} \cdot \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \pi\right) = ?$

2. ໃຫ້ a_1, a_2, a_3, \dots ເປັນອັນດັບທະວີບວກທີ່ມີ $a_{10} = -19$ ແລະ $a_{15} = -34$ ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ

$\sum_{k=1}^{20} (a_k + 2k) ?$

3. ໃຫ້ຕຳລາ $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$

ກ. ຈົ່ງຂຽນ $f(x)$ ໃນຮູບຮ່າງ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

ຂ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ $I = \int_2^3 f(x) dx$.

4. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ $\sqrt{x^2 - 7} + \sqrt{x^2 - 12} = 5$

5. ກຳນົດໃຫ້ $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$ ເຊິ່ງ $a, b \neq 0$. ຖ້າວ່າ θ ເປັນມຸມລະຫວ່າງສອງເວັກເຕີ \vec{u}

ກັບ \vec{v} , ຮູ້ວ່າ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$ ແລະ $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ຈົ່ງຊອກຫາ $a^2 + b^2$?

6. ຖ້າວ່າ $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$ ຈົ່ງພິສູດວ່າ $(a+b+c)^3 = 27abc$.

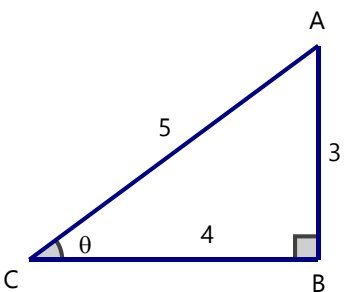
7. ຈົ່ງຊອກຄ່າຂອງ $\log_y x^3$, ເມື່ອກຳນົດໃຫ້ $\log_y x + 4 \log_x y = 4$?

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດສອບເສັງ

ຂະໜານຕອບ

ຫົວຂໍ້	ເນື້ອໃນ	ຄະແນນ
--------	---------	-------

1.	ກ. ຈາກ $\frac{(1+i)^4}{\left(1+\frac{1}{2i^{53}}\right)(3+i)} = \frac{\left((1+i)^2\right)^2}{\left(1+\frac{1}{2(i^2)^{26}i}\right)(3+i)} = \frac{(2i)^2 2i}{(1+2i)(3+i)} = \frac{-8i}{1+7i}$	0.5
	$= \frac{-8i(1-7i)}{(1+7i)(1-7i)} = \frac{-8(7+i)}{50} = -\frac{4}{25}(7+i)$ ດັ່ງນັ້ນ $\frac{(1+i)^4}{\left(1+\frac{1}{2i^{53}}\right)(3+i)} = -\frac{4}{25}(7+i)$	0.5
	ລວມ	1.0
	ຂ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^{n+1}}{5^n+9} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^n \cdot 5}{5^n+9}$	0.5
	$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5}{1+\frac{9}{5^n}} = \frac{0-5}{1+0} = -5$ ດັ່ງນັ້ນ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^{n+1}}{5^n+9} = -5$	0.5
	ລວມ	1.0
	ຄ. ເຮົາວາງ $A = \frac{21\pi}{4}$, $B = \frac{3\pi}{4} - \pi$ ຈະໄດ້ $\sin \frac{21\pi}{4} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \pi\right) + \cos \frac{21\pi}{4} \cdot \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \pi\right) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$	0.5
	$= \sin(A+B) = \sin\left(\frac{21\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} - \pi\right) = \sin 5\pi = 0$ ດັ່ງນັ້ນ $\sin \frac{21\pi}{4} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{4} - \pi\right) + \cos \frac{21\pi}{4} \cdot \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \pi\right) = 0$	0.5
	ລວມ	1.0
2.	ເຮົາມີ: $\begin{cases} a_{10} = -19 \\ a_{15} = -34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 9d = -19 & (1) \\ a_1 + 14d = -34 & (2) \end{cases}$ ເອົາ (2)-(1) ຈະໄດ້ $5d = -15 \Rightarrow d = -3$ ເອົາ $d = -3$ ແທນໃສ່ (1) ຈະໄດ້ $a_1 + 9(-3) = -19 \Rightarrow a_1 = 8$ ເຮົາໄດ້ $a_n = 8 + (n-1)(-3) \Rightarrow a_n = -3n + 11$	1.0
	ດັ່ງນັ້ນ $\sum_{k=1}^{20} (a_k + 2k) = \sum_{k=1}^{20} (-3k + 11 + 2k) = \sum_{k=1}^{20} (11 - k) = 11 \cdot 20 - \frac{20 \cdot 21}{2} = 220 - 210 = 10$	0.5
	ລວມ	1.5
3.	ກ. $f(x) = x^2 + x - 6 = x + 2 - \frac{4}{x-1}$	0.5
	ຂ. $I = \int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 \left(x + 2 - \frac{4}{x-1}\right) dx = \int_2^3 x dx + 2 \int_2^3 dx - 4 \int_2^3 \frac{dx}{x-1}$	0.5

	$I = \frac{x^2}{2} \Big _2^3 + 2x \Big _2^3 - 4 \ln x-1 \Big _2^3 = \frac{9}{2} - \frac{4}{2} + 6 - 4 - 4 \ln 2 + 4 \ln 1$ $I = \frac{9}{2} - 4 \ln 2$	
	ລວມ	1.0
4.	<p>ຈາກ $\sqrt{x^2-7} + \sqrt{x^2-12} = 5 \Rightarrow \sqrt{x^2-7} + \sqrt{x^2-7-5} = 5$ ເຮົາວາງ $A = x^2 - 7$ (1)</p> <p>ສົມຜົນກາຍເປັນ $\sqrt{A} + \sqrt{A-5} = 5 \Rightarrow \sqrt{A-5} = 5 - \sqrt{A}$ ຂຶ້ນກຳລັງສອງທັງສອງຂ້າງຂອງສົມຜົນ</p> <p>ຈະໄດ້ $A - 5 = 25 - 10\sqrt{A} + A \Rightarrow \sqrt{A} = 3 \Rightarrow A = 9$</p>	0.5
	<p>ກວດຄືນ $\sqrt{A} + \sqrt{A-5} = 5$ ເຫັນວ່າຖືກຕ້ອງ</p> <p>ສະນັ້ນ $x^2 - 7 = 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$</p> <p style="text-align: center;">ໃຈນຂອງສົມຜົນແມ່ນ $\{-4, 4\}$</p>	0.5
	ລວມ	1.0
5.	<p>ຈາກສູດ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \vec{v} \cos \theta$</p> <p>ຮູ້ວ່າ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$, $\vec{u} = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$, $\vec{v} = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\tan \theta = \frac{3}{4}$</p>	0.5
	 <p>ອີງຕາມຫຼັກເກນໄຕມຸມ ແລະ ຫຼັກເກນປີຕາກໍໃນຮູບສາມແຈສາກ</p> <p>ເຮົາມີ $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$</p> <p>$AC = 5$</p> <p>ເຮົາໄດ້ $\cos \theta = \frac{4}{5}$</p>	0.5
	<p>ເຮົາໄດ້ $4 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{5}{\sqrt{2}}$</p> <p>ດັ່ງນັ້ນ $a^2 + b^2 = \frac{25}{2}$</p>	0.5
	ລວມ	1.5
6.	<p>ຈາກ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$</p> <p>$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = -\sqrt[3]{c}$ ຂຶ້ນກຳລັງ 3 ທັງສອງຟາກ</p> <p>ເຮົາໄດ້ $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^3 = (-\sqrt[3]{c})^3 \Rightarrow a + 3\sqrt[3]{a^2b} + 3\sqrt[3]{ab^2} + b = -c$</p>	0.5
	<p>$\Rightarrow a + b + c = -3\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \Rightarrow a + b + c = -3\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} (-\sqrt[3]{c})$</p> <p>$\Rightarrow (a+b+c)^3 = (3\sqrt[3]{abc})^3 \Rightarrow (a+b+c)^3 = 27abc$</p>	0.5
	ລວມ	1.0
7.	<p>ຈາກ $\log_y x + 4 \log_x y = 4$ ເຊິ່ງ $\log_x y = \frac{1}{\log_y x}$</p>	0.5

	ຈະໄດ້: $\log_y x + 4 \frac{1}{\log_y x} = 4$ ເຮົາວາງ $t = \log_y x$	
	$t + 4 \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2$, ສະນັ້ນ $\log_y x = 2$ ດັ່ງນັ້ນ $\log_y x^3 = 3 \log_y x = 3 \cdot 2 = 6$	0.5
	ລວມ	1.0
ຄະແນນລວມ 10		

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດ